

Universidad Autónoma de Puebla  
 Facultad de Ciencias de la Computación

Proyecto de Curso – Primavera 2013  
 Graficación  
 (Prof. Manuel Martín)

“Conjuntos de Julia 2D”

Los **conjuntos de Julia**, así llamados por el matemático [Gaston Julia](#), son una familia de conjuntos [fractales](#) que se obtienen al estudiar el comportamiento de los números complejos al ser iterados por una función holomorfa.

Una familia muy notable de conjuntos de Julia se obtiene a partir de funciones cuadráticas simples:

$$f_c(z) = z^2 + c,$$

donde  $c$  es un número complejo. El conjunto de Julia que se obtiene a partir de esta función se denota  $J_c$ .

Un algoritmo para obtener el conjunto de Julia de

$$f_c(z) = z^2 + c$$

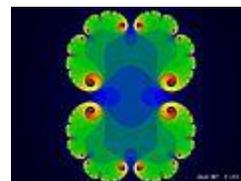
es el siguiente:

Para todo complejo  $z$  se construye por la siguiente [sucesión](#):

$$\begin{aligned} z_0 &= z \\ z_{n+1} &= z_n^2 + c \end{aligned}$$

Si esta sucesión queda acotada, entonces se dice que  $z$  pertenece al conjunto de Julia del parámetro  $c$ , denotado por  $J_c$ ; de lo contrario,  $z$  queda excluido de éste.

En la imagen siguiente, los puntos negros pertenecen al conjunto y los de color no. Los colores dan una indicación de la velocidad con la que diverge la sucesión (su módulo tiende a infinito): en rojo oscuro, al cabo de pocos cálculos se sabe que el punto no está en el conjunto; y en blanco, se ha tardado mucho más en comprobarlo. Como no se pueden calcular infinitos valores, es preciso poner un límite, y decidir que si los  $n$  primeros términos de la sucesión están acotados, el punto pertenece al conjunto. Al aumentar el valor de  $n$  se mejora la precisión de la imagen.



Se puede demostrar que si  $|z_n| > 2$  entonces la sucesión diverge y el punto  $z$  no pertenece al conjunto de Julia. Por lo tanto, basta encontrar un solo término de la sucesión que verifique  $|z_n| > 2$  para tener la certeza de que  $z$  no está en el conjunto.

Investigue y estudie el “algoritmo de fuga” para colorear los conjuntos de Julia.

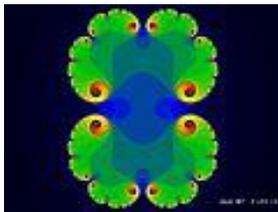
Escriba un programa que dibuje estos conjuntos para polinomios de la forma

$$f(z) = z^n + c$$

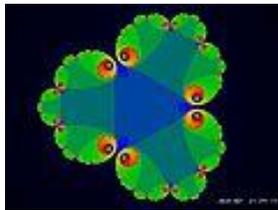
Donde  $n$  es un entero y  $c$  un número complejo. La entrada de su programa debe ser  $n$  y  $c$ , y la salida el gráfico en colores del conjunto correspondiente.

Incluya una opción que permita realizar un Zoom de una subregión del gráfico mostrado definida por un rectángulo trazado con el mouse por el usuario de la aplicación.

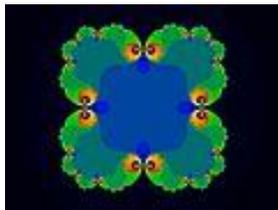
A continuación se muestran algunos ejemplos.



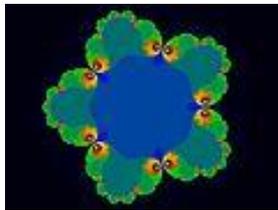
$$f(z) = z^2 + 0.279$$



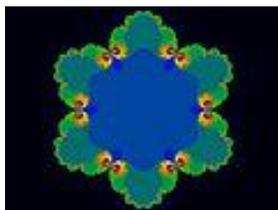
$$f(z) = z^3 + 0.400$$



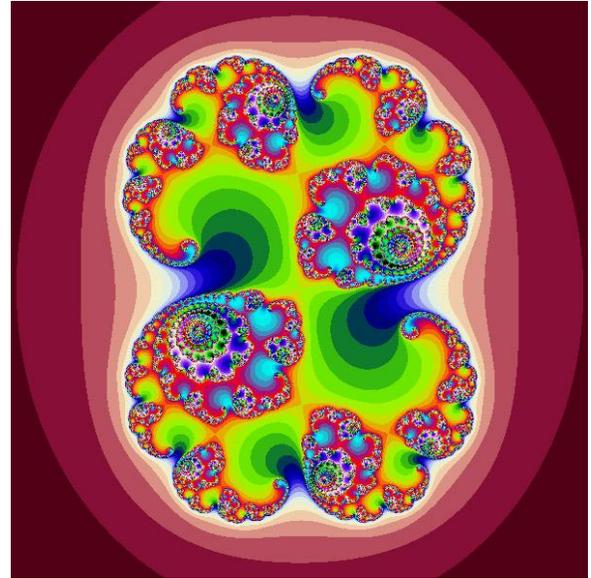
$$f(z) = z^4 + 0.484$$



$$f(z) = z^5 + 0.544$$



$$f(z) = z^6 + 0.590$$



$$C = [0.285, 0.01], \quad n = 2$$

En la red puede encontrar muchas implementaciones para graficar estos conjuntos, investigue y escriba su programa en Delphi 2007 con una interface simple y completa que habilite la lectura  $n$  y  $c$ , y permita salvar la imagen resultante de la evaluación correspondiente en los formatos que habilita la librería GFX. Escriba en la parte baja de la imagen los parámetros utilizados

Presente una galería con al menos 6 ejemplos interesantes salvados en jpg o png.